

12. évfolyam

Halmazok

- **Fogalmak:** alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita
- **Továbbhaladás feltétele:**
 - adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
 - halmazokat különböző módokon megad;
 - halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi
- **Tananyagtartalom:**
 - Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
 - Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
 - Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
 - Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
 - Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
 - Szemléletes kép végtelen halmazokról

Matematikai logika

- **Fogalmak:** tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”
 - **A továbbhaladás feltétele:**
 - adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
 - alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
 - ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
 - megfogalmazza adott állítás megfordítását;
 - helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket;
 - **Tananyagtartalom:**
 - A matematikai bizonyítás fogalma
 - Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
 - Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
 - A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
 - A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
 - Adott állítás megfordításának megfogalmazása
 - „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
 - Stratégiai és logikai játékok
- *Számhalmazok, műveletek*
- **Fogalmak:** racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok

- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
 - ismer példákat irracionális számokra
 - a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
 - racionális számokat tizedes tört és közöséges tört alakban is felír;
 - ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
 - ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprokok fogalmát;
 - a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
 - valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít
- **Tananyagtartalom:**
 - Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
 - Tizedes törtek átírása közöséges tört alakba és viszont
 - Irracionális számok szemléltetése
 - Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
 - Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
 - Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása
 - Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
 - Valós számok adott jegyre kerekítése
 - Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekít

Hatvány, gyök

- **Fogalmak:** hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;
 - ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
 - ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát
- **Tananyagtartalom:**
 - Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
 - Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
 - A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
 - A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
 - Számok normálalakja
 - Számolás normálalak segítségével
 - A négyzetgyök definíciója
 - Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
 - A négyzetgyökvonás azonosságai

Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során

- **Fogalmak:** összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
 - ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
 - átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
- **Tananyagtartalom:**
 - Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
 - Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
 - Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
 - Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
 - Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

Arányosság, százalékszámítás

- **Fogalmak:** egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
 - ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát
 - ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot
- **Tananyagtartalom:**
 - Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
 - Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
 - Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
 - Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
 - Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

- **Fogalmak:** természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
 - összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;

- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra
- **Tananyagtartalom:**
 - Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezőszorzásból
 - Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
 - Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
 - Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
 - Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
 - A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
 - Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
 - Példák irracionális számokra
 - Számhalmazok műveleti zártsága

Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

- **Fogalmak:** alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv
- **A továbballadás feltétele:**
 - matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
 - adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
 - a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
 - a kiválasztott modellben megoldja a problémát
 - a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
 - felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
 - egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi
 - ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
 - megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket
- **Tananyagtartalom:**
 - Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
 - Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
 - A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
 - A kiválasztott modellben a probléma megoldása

- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvével és grafikusán
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusán
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

- **Fogalmak:** másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
 - adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
 - a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
 - a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
 - a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
 - felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
 - egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi
 - megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot
- **Tananyagtartalom:**
 - Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
 - Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
 - A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
 - A kiválasztott modellben a probléma megoldása
 - A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
 - Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
 - Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán
 - Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
 - Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán
 - Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
 - $\sqrt{x + c} = ax + b$

A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

- **Fogalmak:** egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
 - adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.
 - megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
 - adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
 - táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
 - a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait
- **Tananyagtartalom:**
 - Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
 - Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
 - Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
 - Függvények ábrázolása táblázat alapján
 - Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
 - A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
 - Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
 - Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$
 - Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
 - Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
 - Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

Geometriai alapismeretek

- **Fogalmak:** pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcshögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
 - felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot
 - ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
 - ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;

- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel
- **Tananyagtartalom:**
 - Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
 - Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
 - Nevezetes szögparók tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek
 - A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
 - Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
 - Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

Háromszögek

- **Fogalmak:** szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
 - ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
 - sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
 - kiszámítja háromszögek területét
 - ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
 - ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
 - ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását
- **Tananyagtartalom:**
 - A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
 - Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
 - Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
 - A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
 - Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
 - A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
 - A Pitagorasz-tétel bizonyítása

→ Háromszög területének kiszámítása

Négyszögek, sokszögek

- **Fogalmak:** trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
 - ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
 - sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
 - ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
 - átdarabolással kiszámítja sokszögek területét
 - ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét
- **Tananyagtartalom:**
 - Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
 - Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszege vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
 - Szabályos sokszög fogalmának ismerete
 - Szabályos sokszög területe átdarabolással

A kör és részei

- **Fogalmak:** középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
 - ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
 - sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
 - ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
 - ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
 - ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását
- **Tananyagtartalom:**
 - Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
 - Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
 - Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
 - Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
 - A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása

→ A Thalész-tétel bizonyítása

Transzformációk és szerkesztések

- **Fogalmak:** tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
 - ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
 - alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
 - ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket
 - ismer példákat geometriai transzformációkra;
 - ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
 - ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;
 - megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolóját hagyományosan és digitális eszközzel;
 - geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit
- **Tananyagtartalom:**
 - A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
 - Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térkép-készítés, modellezés)
 - Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
 - A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
 - A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
 - Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
 - Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
 - Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
 - Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
 - Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
 - Négyszögek egybevágósága
 - Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
 - Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parketázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)

- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai

Trigonometria

- **Fogalmak:** hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
 - ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
 - ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
 - alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
 - a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöveget;
 - kiszámítja háromszögek területét;
 - ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
 - átdarabolással kiszámítja sokszögek területét
- **Tananyagtartalom:**
 - Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
 - Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
 - Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
 - Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszói összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
 - Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
 - Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
 - Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
 - A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
 - Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

Leíró statisztika

- **Fogalmak:** oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz
- **A továbbhaladás feltétele**
 - adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
 - hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
 - felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén
 - adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel
- **Tananyagtartalom:**
 - Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
 - Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
 - Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
 - A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések

- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdigram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

Kombinatorika, gráfelmélet

- **Fogalmak:** gráf, gráf csúcsa, gráf éle
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
 - a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
 - a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
 - megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
 - konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
 - véges halmazok elemszámát meghatározza;
 - alkalmazza a logikai szita elvét.
- **Tananyagtartalom:**
 - Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
 - Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
 - Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
 - Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
 - Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

Valószínűesszámitás

- **Fogalmak:** valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza
 - tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;
 - véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz
- **Tananyagtartalom:**
 - Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
 - A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
 - A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
 - Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

13. évfolyam

Halmazok, matematikai logika

- **Fogalmak:** logikai műveletek
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
 - megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
 - tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani
- **Tananyagtartalom:**
 - A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
 - Logikai kifejezések megfelelő használata
 - Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
 - Stratégiai és logikai játékok

Kombinatorika, gráfok

- **Fogalmak:** faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
 - a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
 - a kiválasztott modellben megoldja a problémát
 - megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
 - konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével
- **Tananyagtartalom:**
 - Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
 - A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
 - Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
 - A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában

Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

- **Fogalmak:** n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát
 - ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;
 - ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
 - képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
 - adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli
- **Tananyagtartalom:**
 - Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása

- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához

Exponenciális folyamatok vizsgálata

- **Fogalmak:** -
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
 - a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
 - a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
 - a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
 - egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
 - megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket
- **Tananyagtartalom:**
 - Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
 - Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
 - Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
 - A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
 - A kiválasztott modellben a probléma megoldása
 - A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Sorozatok

- **Fogalmak:** számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
 - a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
 - a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
 - ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
 - mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- **Tananyagtartalom:**
 - A számsorozat fogalmának ismerete

- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi

Trigonometria

- **Fogalmak:** szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
 - ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
 - kiszámítja háromszögek területét;
 - ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
 - átdarabolással kiszámítja sokszögek területét
- **Tananyagtartalom:**
 - Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszói összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
 - Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
 - Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
 - Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
 - A szinusztétel bizonyítása
 - Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
 - A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
 - Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

Térgeometria

- **Fogalmak:** kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n -oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
 - ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
 - ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;

- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
 - ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
 - lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
 - kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
 - ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
 - ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket
- **Tananyagtartalom:**
- Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
 - A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
 - Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
 - Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
 - A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
 - A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
 - A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
 - Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
 - A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
 - A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

Koordinátageometria

- **Fogalmak:** vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
 - ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
 - alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
 - megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
 - koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő pontthalmazokat;

- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot
- **Tananyagtartalom:**
 - A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
 - A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
 - Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
 - Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
 - Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
 - Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
 - Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
 - Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
 - Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
 - Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
 - Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
 - A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

Leíró statisztika

- **Fogalmak:** reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
 - hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
 - ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
 - felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén
- **Tananyagtartalom:**
 - A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
 - Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
 - Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szórási mutatókkal
 - Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
 - A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések

- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

Valószínűség-számítás

- **Fogalmak:** események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték
- **A továbbhaladás feltétele:**
 - konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
 - ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
 - ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
 - meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén
- **Tananyagtartalom:**
 - Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
 - Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
 - Példák ismerete független és nem független eseményekre
 - A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
 - A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
 - Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
 - A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
 - Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

Az értékelés rendje:

- 0% - 39% elégtelen (1)
- 40% - 54% elégséges (2)
- 55% - 69% közepes (3)
- 70% - 84% jó (4)
- 85% - 100% jeles (5)